

Interrogation rapide n° 3

1 heure

	Cours	Exercice 1	Exercice 2	BONUS
Total	8	6	6	2

I Question de cours

1. Donner les deux corollaires qui découlent de la propriété sur la compatibilité avec l'addition et la soustraction.
2. Démontrer la propriété suivante :

Propriété 1

Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$.

Les deux propositions suivantes sont équivalentes :

- (a) $a \equiv b \pmod{n}$
- (b) $a - b$ est divisible par n

II Exercices

Exercice 1

1. Montrer que 6^2 est congru à 1 modulo 7.
2. Quel est le reste dans la division euclidienne de $451 \times 6^{43} - 912$ par 7 ?
3. Quel est le dernier chiffre dans l'écriture décimale de 3^{2024} ?

Exercice 2

On appelle nombres de Fermat les entiers $F_n = 2^{2^n} + 1$ avec n un entier naturel.

1. Montrer que pour tout entier naturel n , $F_{n+1} = (F_n - 1)^2 + 1$
2. En déduire, par un raisonnement par récurrence que, pour tout $n \geq 2$, l'écriture décimale de F_n se termine par un 7.

BONUS

Trouver tous les entiers n tels que 10 divise $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 3)^2$